



کمپین حمایت از نهایی‌های امسال

سوالات پیش‌بینی شده امتحان



www.alefac.ir



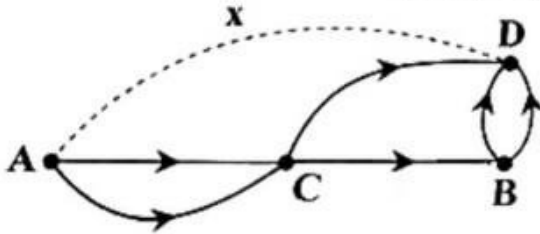
[@arsalanfirooznia](https://www.instagram.com/arsalanfirooznia)



academyfirooznia@



۱ با توجه به شکل مقابل، اگر تعداد مسیرهای مستقیم از شهر A به شهر D، برابر با x باشد و بتوان به ۱۱ طریق از شهر A به شهر D سفر کرد، اختلاف مکعب و مربع x چند است؟ (تمام مسیرها یکطرفه‌اند.)



۲ با ارقام ۱، ۲، ۴، ۶، ۸ و ۹ بدون تکرار ارقام:
الف) چند عدد ۵ رقمی زوج می‌توان نوشت؟
ب) چند عدد ۵ رقمی بزرگتر از ۸۰۰۰۰ می‌توان نوشت؟

۳ با حروف کلمه «گلستان» و بدون تکرار حروف (با معنی یا بدون معنی):
الف) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت؟
ب) چند کلمه ۶ حرفی می‌توان نوشت به طوری که با حروف «گ» شروع و به حرف «ن» ختم شود؟

۴ با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد چهاررقمی مضرب ۵ (بدون تکرار ارقام) می‌توان نوشت؟

۵ یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم.
الف) پیشامد اینکه سکه پشت یا تاس حداقل ۵ بیاید را بنویسید.
ب) احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد اول بیاید را محاسبه کنید.

۶ یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم:
الف) فضای نمونه‌ای را بنویسید.
ب) پیشامد این‌که عدد رو شده تاس، بزرگتر از ۵ باشد را نوشته و احتمال وقوع آن را محاسبه کنید.
پ) پیشامد این‌که سکه به پشت بیفتد و عدد رو شده تاس، زوج باشد را نوشته و احتمال وقوع آن را محاسبه کنید.

۷ خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است.
الف) فضای نمونه‌ای جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید.
ب) پیشامد این‌که حداکثر یک فرزند پسر باشد را بنویسید.
پ) احتمال آن‌که هر سه فرزند از یک جنس باشند را به دست آورید.

۸ از جعبه‌ای که شامل ۹ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار است، ۳ سیب را به طور تصادفی برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:
الف) هر سه سیب سالم باشند.
ب) ۲ سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد.

تعداد یازده عضو یک جامعه آماری به عنوان نمونه انتخاب شده‌اند. در بررسی یک متغیر تصادفی از این نمونه، داده‌های زیر به دست آمده است:

الف) میانه این داده‌ها را مشخص کنید.

ب) دامنه میان‌چارکی را محاسبه کنید.

پ) نمودار جعبه‌ای مربوط به این داده‌ها را رسم کنید.

داده‌های ۵، ۲۸، ۵، ۷، ۸، ۶، ۸، ۹، ۷، ۳۰، ۵ و ۶ متوسط ساعت‌های تماشای تلویزیون تعدادی از دانش‌آموزان یک کلاس در هفته را نشان می‌دهد. کدام معیار گرایش به مرکز و کدام معیار پراکندگی، برای توصیف داده‌های «ساعت‌های تماشای تلویزیون» مناسب‌تر است؟ چرا؟

درصد قبولی دانش‌آموزان دو مدرسه A ، B در درس ریاضی، به ترتیب ۶۵ درصد و ۸۰ درصد بوده است. تعداد قبولی دانش‌آموزان کدام مدرسه بیشتر است؟ چرا؟

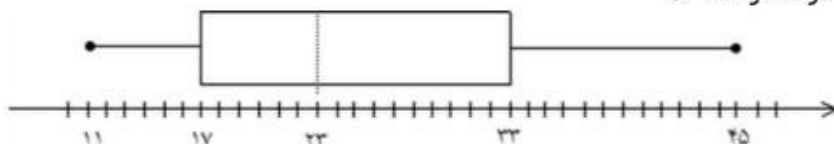
در نمودار جعبه‌ای زیر:

الف) چارک اول چقدر است؟

ب) Q_2 چقدر است؟

پ) میانه را به دست آورید.

ت) چرا دنباله سمت چپ از دنباله سمت راست کوتاه‌تر است؟



با توجه به دنباله‌های $a_n = 2^n$ ، $b_n = n^2 + 1$ و $c_n = \frac{n-1}{3}$ حاصل عبارت $a_2 - b_1 + c_2$ را به دست آورید.

فرمول بازگشتی دنباله مقابل را بنویسید.

۱، ۲، ۴، ۷، ...

با توجه به دنباله بازگشتی $a_1 = k$ ، $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{k}{a_n} \right)$ ، جذر $\sqrt{5}$ را محاسبه کنید.

دنباله‌های $a_n = \frac{6n-3}{-2n+1}$ ، $b_n = n^2 - 1$ و $c_n = 5 - 2n$ را در نظر بگیرید.

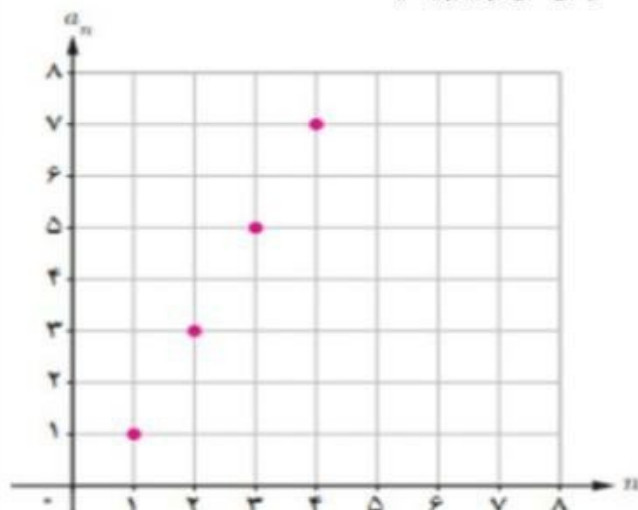
الف) حاصل عبارت $a_2 + b_1 - c_2$ را به دست آورید.

ب) نمودار دنباله c_n را برای $n \leq 3$ رسم کنید.

یک طراح برای یک سینما در ردیف اول ۱۵ صندلی و در ردیف دوم ۱۸ صندلی و در ردیف سوم ۲۱ صندلی مشخص کرده است. اگر صندلی‌های هر ردیف با همین نظم اضافه شوند، برای این سالن با ۱۶۸ صندلی، باید چند ردیف صندلی داشته باشیم؟

سه عدد به گونه‌ای میان اعداد ۱۰ و ۲۶ قرار دهید که یک دنباله حسابی تشکیل دهند.

با توجه به نمودار دنباله داده شده، با نوشتن اعضای دنباله، جمله عمومی آن را بنویسید.



۲۰ اگر ضابطه تابعی (جمله عمومی) دنباله‌ای $a_n = 2n - 1$ باشد:

الف) جمله اول دنباله را بنویسید.

ب) رابطه بازگشتی دنباله را مشخص کنید.

ج) نمودار دنباله را بر ۳ جمله اول رسم کنید.

۲۱ یک شرکت تولیدی در اولین سال تأسیس خود، ۳ تن محصول تولید کرده است. محصولات تولیدی در سال‌های دوم و سوم، به ترتیب ۶ و ۱۲ تن شده است. با ادامه این روند مجموع محصولات تولیدی این شرکت در ۷ سال اول چند تن است؟ (استفاده از فرمول مجموع دنباله هندسی الزامی است.)

۲۲ مجموع‌های زیر را به دست آورید.

الف) $1 + 4 + 16 + \dots + 4096$

ب) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{640}$

۲۳ شخصی پدر و مادر، دو پدربزرگ و دو مادربزرگ، چهار پدر پدربزرگ و چهار مادر مادربزرگ و ... دارد.
الف) نیاکان این شخص در ده نسل قبلی چند نفر بوده‌اند؟ (نخستین نسل را پدر و مادر شخص در نظر بگیرید.)
ب) مجموع نیاکان این شخص از ده نسل قبل تا یک نسل قبل (یعنی پدر و مادر شخص) چند نفرند؟



۲۴ یک شهاب‌سنگ ۱۵ هزار کیلوگرم وزن دارد. پس از ورود آن به جو زمین، در هر دقیقه ۱۵٪ از وزنش به سبب تماس با جو از بین می‌رود. پس از گذشت پنج دقیقه از ورود این شهاب‌سنگ به جو زمین، چه قدر از وزن آن باقی می‌ماند؟

حاصل هریک از عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. (a , m و n اعداد حقیقی مثبت‌اند).

$$3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} =$$

$$5^{\frac{1}{2}} \times 5^{\left(-\frac{1}{2}\right)} =$$

$$8^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} =$$

$$(2^6)^{\frac{1}{2}} =$$

$$\left(\frac{3^2}{2^6}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$\left(\frac{a^{-\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{1}{2}}}\right)^{-4} =$$

$$30^{\frac{1}{24}} \times 30^{\frac{1}{74}} =$$

$$\left(m^{\frac{2}{3}} \cdot n^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} (m^2 n^2)^{\frac{1}{2}} =$$

در هریک از تساوی‌های زیر، مقدار x را مشخص کنید.

$$8^x \times 9^5 = 72^5 \quad \text{الف)}$$

$$(0.36)^4 \times (0.36)^x \times (0.36)^{-6} = (0.36)^y \quad \text{ب)}$$

$$\frac{x^5 \times 15^2}{3^2 \times 3^5 \times 3} = 5^8 \quad \text{ت)}$$

$$(3^x)^6 = \frac{1}{3^2} \quad \text{پ)}$$

همان‌طور که می‌دانید، حجم کره‌ای به شعاع r با استفاده از فرمول $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (حجم کره) به دست می‌آید.

الف) توضیح دهید که چگونه می‌توان با استفاده از مفهوم ریشه‌گیری و توان‌های گویا، شعاع کره‌ای به حجم V را از

$$r = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$$

فرمول زیر به دست آورد.

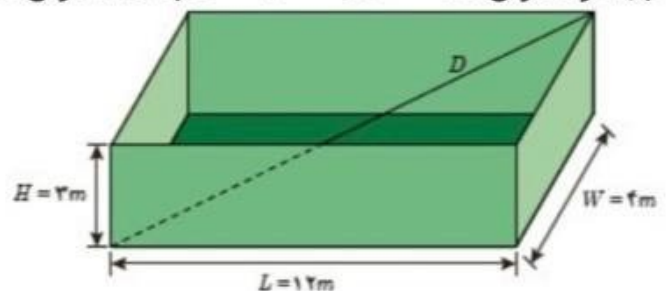
ب) شعاع این تانکر کره‌ای شکل را که حجم آن $\frac{32\pi}{3}$ است، به دست آورید.



اگر D قطر جعبه‌ی زیر باشد، اندازه‌ی آن از طریق تابع $D = (L^2 + W^2 + H^2)^{\frac{1}{2}}$ (طول، L و عرض W و ارتفاع جعبه) به دست می‌آید.

الف) با توجه به شکل، اندازه‌ی D را به دست آورید.

ب) اگر اندازه‌ی $L = W = H = 1\text{ m}$ باشد، اندازه‌ی D را به دست آورید.



$$\left(\frac{3^{-\frac{1}{2}}}{3^{-\frac{1}{2}}} \right)^{-4}$$

۲۹ حاصل عبارت مقابل را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

۳۰ جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

- الف) برای توصیف داده‌های گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.
 ب) بیان مسأله و فهم آن، گام در چرخه آمار است.
 ج) اگر ضابطه دنباله‌ای به صورت $a_n = 5 - 3n$ باشد، جمله دنباله برابر ۲۸- است.
 د) ریشه‌های ششم عدد ۶۴ برابر و می‌باشد.

۳۱ جمعیت نوزادان یک شهرستان، در سال ۱۴۰۳ شمسی، ۲۰۰۰ نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت نوزادان این شهرستان با نرخ ۲ درصد در حال افزایش باشد، جمعیت نوزادان متولد شده در سال ۱۴۰۴ شمسی چند نفر خواهد بود؟

۳۲ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- الف) تعداد اعضای فضای نمونه پرتاب سه سکه با هم، برابر ۶ است.
 ب) معیارها و جدول‌ها مربوط به گام چهارم (تحلیل داده‌ها)، چرخه آمار است.
 ج) با توجه به جمله عمومی دنباله حسابی $a_n = 5n - 2$ ، اختلاف مشترک جملات دنباله برابر ۵ است.
 د) در تابع نمایی $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ، وقتی x بزرگ می‌شود، مقدار y افزایش می‌یابد.

۳۳ فردی ده میلیون تومان پول خود را در یک شرکت تولید کالای ایرانی سرمایه‌گذاری می‌کند. اگر در پایان هر سال به پاس اعتمادش ۲۰ درصد سود علی‌الحساب از طرف شرکت به او پرداخت شود، آنگاه پس از دو سال مبلغ سرمایه‌گذاری او چه مقدار خواهد شد؟

۳۴ جزیره‌ای پر از موش شده بود. مسئولان تصمیم گرفتند به کمک گربه‌ها با موش‌ها مقابله کنند. در آن سال، جمعیت موش‌ها ۲۳۵۷۶ بود که پس از مبارزه با آن‌ها، این تعداد با نرخ $\frac{2}{5}$ درصد در سال رو به کاهش گذاشت. در همان سال، جمعیت گربه‌ها ۱۵۷۸۶ بود که با نرخ $\frac{1}{8}$ درصد در سال رو به افزایش گذاشت.
 الف) در یک جدول، جمعیت موش‌ها را در ۱۰ سال متوالی به دست آورید.
 ب) همین کار را برای جمعیت گربه‌ها طی ۱۰ سال متوالی انجام دهید.
 پ) آیا می‌توانید حدس بزنید که در چه زمانی جمعیت گربه‌ها بیش‌تر از موش‌ها می‌شود؟
 ت) آیا می‌توانید حدس بزنید که در چه زمانی جمعیت موش‌ها و گربه‌ها با یکدیگر برابر می‌شود؟
 ث) اگر همین روند ادامه پیدا کند، برای جمعیت گربه‌ها و موش‌ها چه اتفاقی می‌افتد؟

طبق شکل داده شده سه حالت مختلف برای سفر از شهر A به شهر D داریم:

$$A \xrightarrow{x} D \Rightarrow \text{حالت } x$$

$$\text{حالت } 2 \Rightarrow A \xrightarrow{2} C \xrightarrow{1} D \Rightarrow 2 \times 1 = 2$$

$$\text{حالت } 4 \Rightarrow A \xrightarrow{2} C \xrightarrow{1} B \xrightarrow{2} D \Rightarrow 2 \times 1 \times 2 = 4$$

کلاً ۱۱ طریق می‌توان از A به D سفر کرد که برابر است با مجموع ۳ حالت فوق:

$$x + 2 + 4 = 11 \Rightarrow x + 6 = 11 \Rightarrow x = 5$$

$$x^2 - x^1 = 5^2 - 5^1 = 125 - 25 = 100$$

اختلاف مکعب و مربع عدد x برابر است با:

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$\downarrow$$

$$2 \text{ یا } 4 \text{ یا } 6 \text{ یا } 8$$

الف) با استفاده از شمارش داریم:

$$\text{ب) } 2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 240$$

$$\downarrow$$

$$\text{فقط } 8 \text{ یا } 9$$

$$\text{الف) } 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

$$\text{ب) } 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 24$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 5! \times 4! \times 3! \times 1! = 60 \\ \text{رقم یکان} \\ 4! \times 4! \times 3! \times 1! = 48 \\ \text{رقم یکان} \end{array} \right\} \Rightarrow 60 + 48 = 108$$

$$\text{الف) } A = \{(پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶), (ر, ۵), (ر, ۶)\}$$

$$\text{ب) } n(S) = 6 \times 2 = 12$$

$$B = \{((ر, ۲), (ر, ۳), (ر, ۵))\} \Rightarrow n(B) = 3$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\text{الف) } S = \{(پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶), (ر, ۱), (ر, ۲), (ر, ۳), (ر, ۴), (ر, ۵), (ر, ۶)\}$$

$$\text{ب) } A = \{(پ, ۶), (ر, ۶)\} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\text{پ) } B = \{(پ, ۲), (پ, ۴), (پ, ۶)\} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\text{الف) } S = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, د), (پ, د, پ), (د, پ, پ), (د, د, پ), (د, پ, د), (پ, د, د), (د, د, د)\}$$

$$\text{ب) } A = \{(د, د, پ), (د, پ, د), (پ, د, د), (د, د, د)\}$$

$$\text{پ) } B = \{(پ, پ, پ), (د, د, د)\} \Rightarrow n(B) = 2, n(S) = 2^3 = 8 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\text{الف)} \quad n(S) = \binom{13}{3} = \frac{13!}{3! \times 10!} = 286$$

$$n(A) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \times 6!} = 84 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{84}{286} = \frac{42}{143}$$

$$\text{ب)} \quad n(B) = \binom{9}{2} \times \binom{4}{1} = \frac{9!}{2! \times 7!} \times \frac{4!}{1! \times 3!} = 36 \times 4 = 144 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{144}{286} = \frac{72}{143}$$

۹ الف) داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

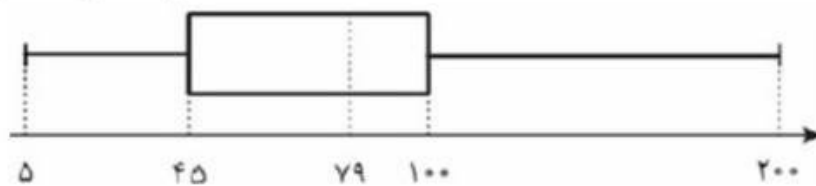
۵, ۲۵, (۴۵), ۴۵, ۶۵, (۷۹), ۸۰, ۹۵, (۱۰۰), ۱۲۰, ۲۰۰

میانه = ۷۹

ب) $Q_1 = ۴۵$ چارک سوم و $Q_3 = ۱۰۰$ چارک اول

$IQR = Q_3 - Q_1 = ۱۰۰ - ۴۵ = ۵۵$ دامنه میان چارکی

پ)



۱۰ میانه، معیار گرایش به مرکز مناسب و دامنه میان چارکی، معیار پراکندگی مناسب است.

چون در میان داده‌ها، دو داده دورافتاده مانند ۳۰ و ۲۸ وجود دارد. (ص ۳۴)

۱۱ نمی‌توان نظری داد، چون گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.

۱۲ الف) ۱۷ (ابتدای جعبه چارک اول است).

ب) ۳۳ (انتهای جعبه چارک سوم است).

پ) ۲۳ میانه با نقطه چین درون جعبه مشخص می‌شود.

ت) زیرا داده‌ها در این قسمت متراکم‌تر هستند.

$$\begin{cases} a_2 = 2^2 = 4 \\ b_1 = 1^2 + 1 = 2 \Rightarrow a_2 - b_1 + c_2 = 4 - 2 + 1 = 3 \\ c_2 = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} = 1 \end{cases}$$

$$n=1 \rightarrow a_2 = a_1 + 1 = 2$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = a_2 + 2 = 2 + 2 = 4$$

$$a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + n$$

با توجه به جملات دنباله:

$$a_1 = 5$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \left(a_1 + \frac{5}{a_1} \right) = \frac{1}{2} \left(5 + \frac{5}{5} \right) = \frac{1}{2} (6) = 3$$

$$a_3 = \frac{1}{2} \left(a_2 + \frac{5}{a_2} \right) = \frac{1}{2} \left(3 + \frac{5}{3} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{14}{3} \right) = \frac{7}{3}$$

$$= \frac{94}{42} \approx 2.238$$

$$a_4 = \frac{1}{2} \left(a_3 + \frac{5}{a_3} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{7}{3} + \frac{5}{\frac{7}{3}} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{7}{3} + \frac{15}{7} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{49 + 45}{21} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{94}{21} \right)$$

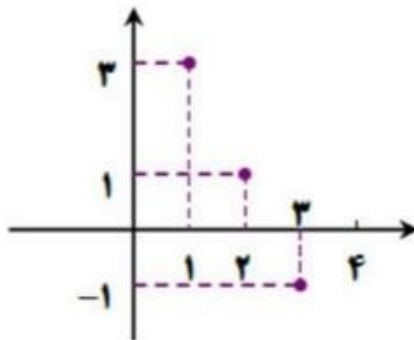
$$\text{الف) } a_n = \frac{6n - 3}{-2n + 1} \Rightarrow a_2 = \frac{6(2) - 3}{-2(2) + 1} = \frac{9}{-3} = -3$$

$$b_n = n^2 - 1 \Rightarrow b_1 = (1)^2 - 1 = 0$$

$$c_n = 5 - 2n \Rightarrow c_2 = 5 - 2(2) = -1$$

$$a_2 + b_1 - c_2 = -3 + 0 - (-1) = -2$$

$$c_n = 5 - 2n \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 5 - 2(1) = 3 \\ c_2 = 5 - 2(2) = 1 \\ c_3 = 5 - 2(3) = -1 \end{cases}$$



(ب)

$$15, 18, 21, \dots$$

$$a_1 = 15 \quad d = 3 \quad S_n = 168$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

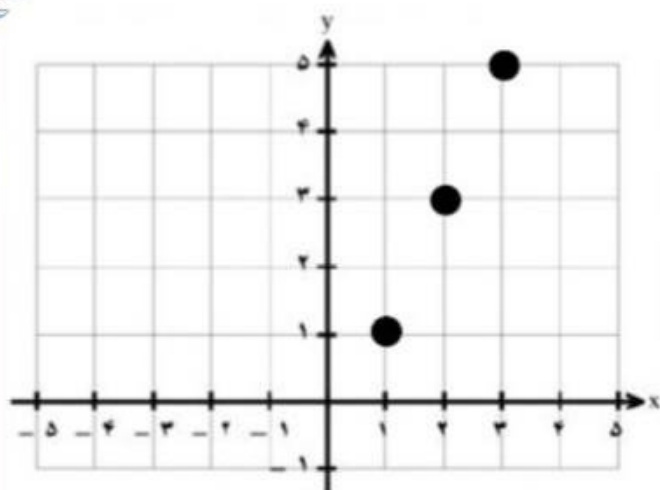
$$168 = \frac{n}{2} (2 \times 15 + 3n - 3) \Rightarrow 168 = \frac{n}{2} (27 + 3n)$$

$$336 = 27n + 3n^2 \Rightarrow n^2 + 9n - 112 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 7 \text{ قی} \\ n = -16 \text{ غ قی} \end{cases} \text{ ۷ ردیف صندوقی داریم.}$$

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m} = \frac{26 - 10}{5 - 1} = 4 \text{ یا } d = \frac{b - a}{n + 1} = \frac{26 - 10}{3 + 1} = 4$$

$$\Rightarrow 10, 14, 18, 22, 26$$

$$1, 3, 5, \dots \quad a_n = 2n - 1 \text{ (ص ۶۷)}$$



الف) $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5$

ب) $a_{n+1} = a_n + 2, a_1 = 1$

شکل مقابل ج)

۲۰

$a_1 = 2, r = 2$

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \Rightarrow S_5 = \frac{2(1 - 2^5)}{1 - 2} = 38$$

جمله عمومی $a_1 = 1, r = 4 \Rightarrow a_n = a_1 \times r^{n-1} = 1 \times 4^{n-1} = 4^{n-1}$

الف) ۲۲

باید ببینیم آخرین جمله یعنی ۴۰۹۶ چندمین جمله دنباله است:

$$4096 = 4^{n-1} \Rightarrow 4^7 = 4^{n-1} \Rightarrow 7 = n - 1 \Rightarrow n = 8$$

$$S_n = a_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

حال با استفاده از فرمول مجموع n جمله دنباله هندسی داریم:

$$n = 8 \Rightarrow S_8 = 1 \times \frac{1 - 4^8}{1 - 4} = \frac{4^8 - 1}{3} = \frac{16383}{3} = 5461$$

جمله عمومی $a_1 = \frac{1}{5}, r = \frac{1}{2} \Rightarrow a_n = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

ب)

$$\frac{1}{640} = \frac{1}{5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow \frac{1}{128} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow 7 = n - 1 \Rightarrow n = 8$$

$$n = 8 \Rightarrow S_8 = \frac{1}{5} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^8}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{5} \times \frac{1 - \frac{1}{256}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5} \times \frac{\frac{255}{256}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{5} \times \frac{255 \times 2}{256} = \frac{51}{128} \cong 0.3984$$

$2, 4, 8, \dots \quad a_1 = 2 \quad r = 2$

الف) ۲۳

جمله عمومی $\Rightarrow a_n = 2 \times 2^{n-1} = 2^n$

$n = 10 \Rightarrow a_{10} = 2^{10} = 1024$

ب) $S_n = a_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

$$n = 10 \Rightarrow S_{10} = 2 \times \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = -2 + 2^{11} = -2 + 2048 = 2046$$

$$100\% - 15\% = 85\%$$

$$a_1 = 15000 \times \left(\frac{85}{100}\right), r = \frac{85}{100}$$

$$a_n = a_1 \times r^{n-1} \Rightarrow a_n = 15000 \left(\frac{85}{100}\right) \left(\frac{85}{100}\right)^{n-1} = 15000 \left(\frac{85}{100}\right)^n \quad \text{جمله عمومی}$$

$$n = 5 \Rightarrow a_5 = 15000 \times \left(\frac{85}{100}\right)^5 \cong 6655 / 58$$

$$r^{\frac{1}{7}} \times r^{\frac{1}{7}} = r^{\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{7}\right)} = r^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{r^2}$$

$$5^{\frac{1}{7}} \times 5^{\left(-\frac{1}{7}\right)} = 5^{\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{7}\right)} = 5^0 = 1$$

$$8^{\frac{1}{7}} \times 2^{\frac{1}{7}} = 16^{\frac{1}{7}} = \sqrt[7]{16} = 4 \quad 8^{\frac{1}{7}} \times 2^{\frac{1}{7}} = 16^{\frac{1}{7}} = (4^2)^{\frac{1}{7}} = 4^{\left(2 \times \frac{1}{7}\right)} = 4$$

$$(2^8)^{\frac{1}{7}} = 2^{\left(8 \times \frac{1}{7}\right)} = 2^{\frac{8}{7}} = 4$$

$$\left(\frac{3^8}{2^8}\right)^{\frac{1}{7}} = \frac{3^{\left(8 \times \frac{1}{7}\right)}}{2^{\left(8 \times \frac{1}{7}\right)}} = \frac{3^{\frac{8}{7}}}{2^{\frac{8}{7}}} = \frac{9}{8}$$

$$\left(\frac{a^{-\frac{1}{7}}}{a^{-\frac{1}{7}}}\right)^{-8} = \left(a^{\left(-\frac{1}{7} + \frac{1}{7}\right)}\right)^{-8} = \left(a^{-\frac{1}{7}}\right)^{-8} = a$$

$$3^{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = 3^{\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)} = 3^1 = 3$$

$$\left(m^{\frac{7}{8}} \cdot n^{\frac{1}{8}}\right)^8 \left(m^{\frac{1}{8}} \cdot n^{\frac{7}{8}}\right)^8 = m^{\frac{7}{8}} \cdot n^{\frac{1}{8}} \cdot m^{\frac{1}{8}} \cdot n^{\frac{7}{8}} = m^{\left(\frac{7}{8} + \frac{1}{8}\right)} \cdot n^{\left(\frac{1}{8} + \frac{7}{8}\right)} = m^{\frac{8}{8}} \cdot n^{\frac{8}{8}} = (mn)^{\frac{8}{8}} = \sqrt{(mn)^8}$$

الف) $8^x \times 9^5 = 72^5 \Rightarrow 8^x \times 9^5 = 8^5 \times 9^5 \Rightarrow 8^x = 8^5 \Rightarrow x = 5$

ب) $(\frac{1}{36})^x \times (\frac{1}{36})^x \times (\frac{1}{36})^{-x} = (\frac{1}{36})^y \Rightarrow (\frac{1}{36})^{x+x-x} = (\frac{1}{36})^y \Rightarrow x - 2 = y \Rightarrow x = 9$

ج) $(3^x)^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow 3^{\frac{x}{3}} = 3^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{x}{3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = -1$

د) $\frac{x^5 \times 15^7}{3^7 \times 3^5 \times 3} = 5^8 \Rightarrow \frac{x^5 \times 15^7}{3^8} = 5^8 \Rightarrow x^5 = \frac{5^8 \times 3^8}{15^7} = \frac{15^8}{15^7} = 15^1 \Rightarrow x = 15$

$$v = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{3v}{4\pi} \xrightarrow{\text{از طرفین ریشه سوم می گیریم}} r = \sqrt[3]{\frac{3v}{4\pi}} \Rightarrow r = \left(\frac{3v}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$$

الف) ۲۷

ب) با استفاده از رابطه (الف) می‌توان با داشتن حجم کره، شعاع را به دست آورد.

$$r = \left(\frac{3v}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow r = \left(\frac{3\left(\frac{32\pi}{3}\right)}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{32\pi}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^{\left(3 \times \frac{1}{3}\right)} = 2^1 = 2$$

الف) $D = (12^2 + 4^2 + 3^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{144 + 16 + 9} = \sqrt{169} = 13m$

۲۸

ب) $D = (1^2 + 1^2 + 1^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1 + 1 + 1} = \sqrt{3}m$

$$\left(\frac{3^{-\frac{1}{2}}}{3^{-\frac{1}{2}}}\right)^{-2} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{2}}} = 3^1 = 3$$

روش اول: ۲۹

$$\left(\frac{3^{-\frac{1}{2}}}{3^{-\frac{1}{2}}}\right)^{-2} = \left(3^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}\right)^{-2} = \left(3^0\right)^{-2} = 3^1 = 3$$

روش دوم:

ب) گام اول (بیان مسئله)

۳۰ الف) کیفی (اسمی یا ترتیبی)

د) ۲ و -۲

ج) جمله یازدهم «۱۱»

$$f(t) = c(1 + r)^t \Rightarrow f(1) = 2000(1 + 0.02) = 2040$$

روش اول: ۳۱

$$f(t) = 2000 \times \left(\frac{1.02}{1.00}\right) = 2040$$

روش دوم:

$$f(t) = 2000 \times \frac{2}{1.00} = 40 \Rightarrow 2000 + 40 = 2040$$

روش سوم:

ب) درست

۳۲ الف) نادرست ($n(S) = 2^r = 8$)

د) نادرست

ج) درست

$$f(t) = 10, \dots, \dots \times \left(1 + \frac{20}{100}\right)^t = 10, \dots, \dots \times (1/2)^t = 10, \dots, \dots \times (1/44) \text{ (ص ۱۰۳)}$$

$$= 14, 400, \dots$$

۳۳

$$f(x) = ۲۳۵۷۶(۱ - ۰/۰۲۵)^t = ۲۳۵۷۶(۰/۹۷۵)^t \quad \text{موش}$$

$$g(x) = ۱۵۷۸۶(۱ + ۰/۰۱۸)^t = ۱۵۷۸۶(۱/۰۱۸)^t \quad \text{گرهه}$$

(الف)

$$f(۱) = ۲۳۵۷۶ \times (۰/۹۷۵)^1 \cong ۲۲۹۸۷$$

$$f(۲) = ۲۳۵۷۶ \times (۰/۹۷۵)^2 \cong ۲۲۴۱۲$$

$$f(۳) = ۲۳۵۷۶ \times (۰/۹۷۵)^3 \cong ۲۱۸۵۲$$

$$f(۴) = ۲۳۵۷۶ \times (۰/۹۷۵)^4 \cong ۲۱۳۰۶$$

$$f(۵) = ۲۳۵۷۶ \times (۰/۹۷۵)^5 \cong ۲۰۷۷۳$$

$$f(۶) = ۲۳۵۷۶ \times (۰/۹۷۵)^6 \cong ۲۰۲۵۴$$

$$f(۷) = ۲۳۵۷۶ \times (۰/۹۷۵)^7 \cong ۱۹۷۴۸$$

$$f(۸) = ۲۳۵۷۶ \times (۰/۹۷۵)^8 \cong ۱۹۲۵۴$$

$$f(۹) = ۲۳۵۷۶ \times (۰/۹۷۵)^9 \cong ۱۸۷۷۳$$

$$f(۱۰) = ۲۳۵۷۶ \times (۰/۹۷۵)^{10} \cong ۱۸۳۰۴$$

(ب)

$$g(۱) = ۱۵۷۸۶ \times (۱/۰۱۸)^1 \cong ۱۶۰۷۰$$

$$g(۲) = ۱۵۷۸۶ \times (۱/۰۱۸)^2 \cong ۱۶۳۵۹$$

$$g(۳) = ۱۵۷۸۶ \times (۱/۰۱۸)^3 \cong ۱۶۶۵۳$$

$$g(۴) = ۱۵۷۸۶ \times (۱/۰۱۸)^4 = ۱۶۹۵۳$$

$$g(۵) = ۱۵۷۸۶ \times (۱/۰۱۸)^5 = ۱۷۲۵۸$$

$$g(۶) = ۱۵۷۸۶ \times (۱/۰۱۸)^6 = ۱۷۵۶۹$$

$$g(۷) = ۱۵۷۸۶ \times (۱/۰۱۸)^7 = ۱۷۸۸۵$$

$$g(۸) = ۱۵۷۸۶ \times (۱/۰۱۸)^8 = ۱۸۲۰۷$$

$$g(۹) = ۱۵۷۸۶ \times (۱/۰۱۸)^9 = ۱۸۵۳۵$$

$$g(۱۰) = ۱۵۷۸۶ \times (۱/۰۱۸)^{10} = ۱۸۸۶۹$$

پ) $f(۱۰) < g(۱۰) \leftarrow$ در سال دهم

ت) در یکی از روزهای سال نهم (بین ۹ سال و ۱۰ سال) جمعیت موش‌ها و گربه‌ها برابر می‌شوند.

ث) جمعیت گربه‌ها زیاد و زیاده‌تر و موش‌ها کم و کمتر می‌شوند و رو به نابودی می‌روند.

جمعیت گربه‌ها پس از	
یک سال	۱۶۰۷۰
دو سال	۱۶۳۵۹
سه سال	۱۶۶۵۳
چهار سال	۱۶۹۵۳
پنج سال	۱۷۲۵۸
شش سال	۱۷۵۶۹
هفت سال	۱۷۸۸۵
هشت سال	۱۸۲۰۷
نه سال	۱۸۵۳۵
ده سال	۱۸۸۶۹

جمعیت موش ها پس از	
یک سال	۲۲۹۸۷
دو سال	۲۲۴۱۲
سه سال	۲۱۸۵۲
چهار سال	۲۱۳۰۶
پنج سال	۲۰۷۷۳
شش سال	۲۰۲۵۴
هفت سال	۱۹۷۴۸