



کمپین حمایت از نهایی های امسال

جزوه خلاصه نکات طلایی



www.alefac.ir

[@arsalanfirouznia](https://www.instagram.com/arsalanfirouznia)

[academyfirooznia](https://www.telegram.me/academyfirooznia)





تبدیل و جایگشت شامل: صف سازی-چیدن- رقم سازی- کلمه سازی- سخنرانی

- دو یا سه کار « باهم همشون رو انتخاب میکنیم : $\times$
 - دو یا سه کار « فقط یکیشون رو انتخاب کنیم : $+$
 - یک کار « بیش از یک انتخاب : تعداد انتخاب با تعداد مورد انتخاب برابر باشه و جایگاه مهم : **جایگشت**
 - یک کار « بیش از یک انتخاب و جایگاه مهم اما تعداد انتخاب با تعداد نمونه برابر نباشد : **تبدیل**
 - یک کار « بیشتر از یک انتخاب و جایگاه و ترتیب مهم نباشه : **انتخاب**
- چند مثال زیر:
- تعداد مراحل و اینکه کدام روش حل شود را انتخاب کنید



1- انتخاب خودکار یایک دفتر از بین سه خودکار آبی قرمز و سیاه و دو دفتر 100 برگ و 50 برگ

2- انتخاب یک خودکار و یک دفتر از بین گزینه های بالا

3- ساختن یک صف 3 نفره از بین 3 دانش آموز

4- ساختن یک صف 3 نفره از بین 5 دانش آموز

5- انتخاب 3 دانش آموز از یک مدرسه 150 نفره برای مسابقات فوتبال

6- ساخت یک گروه 4 نفره برای رفتن به مسافرت از بین 6 تا از دوستانمان

7- چیدن 3 کتاب کار ریاضی و فارسی و عربی در قفسه 4 تایی کتابم

8- چیدن 3 کتاب بالا این بار اگه قفسه کتابم 3 تایی باشه



9- انتخاب یکی از مسیرهای زیر برای رفتن از a به b



10- انتخاب یکی از مسیرهای زیر برای رفتن از a به b

11- انتخاب 2 خودکار از بین خودکار آبی و قرمز و سیاه و انتخاب یک دفتر از بین دفتر 100 برگ و 50 برگ

12- با انتخاب 2 خودکار از بین خودکارهای بالا یا انتخاب یک دفتر از بین دفترهای بالا

3- انتخاب یک گروه 3 نفره از بین 3 دانش آموز زیر یا انتخاب دو دانش آموز از بین 3 دانش آموز کلاس سوم



14- شکل زیر از چند طریق از a به b میریم

روش فرمولی و کلی حل کردن سوالات اصل ضرب « بخصوص موقعی که با عدد ساعت ایناسرو کار داریم



با این روش هر سوالی مربوط به اصل ضرب جواب داده میشود
 مراحل حل: 1- اول به تعداد مراحل میز اریموبین آنها ضرب قرار میدهم

2- خونه ای که محدودیت داره را اول شروع میکنیم

3- بعد بقیه را پر میکنیم

4 - فقط واسه اینکه اشتباه نکنیم تعداد را داخل مینویسیم

5- در آخر ضرب میکنیم اعداد داخل مربع هارا

مثال داخل کتاب خیلی سبز

نکات مهم اینجا:

1- نکته فراموشی: به مجاز یا مجاز نبودن ارقام خواستون باشه حتما و فراموش نشه

2- اگه گفت ارقام متمایز « یعنی تکرار غیر مجاز

$$a^2 = a \times a \longrightarrow 6^2 = 6 \times 6 \quad -3$$

$$A^3 = a \times a \times a \longrightarrow 3^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

4- پاسخ به سوالات :

پاسخ الزامی « (تعداد گزینه) تعداد سوالات

اگر پاسخ الزامی نباشد « تعداد سوالات : 1+ تعداد گزینه

مثلا اگر تعداد سوالات 6 باشد : الزامی پاسخ « 4⁶

پاسخ غیر الزامی « 5⁶

آنچه که از فاکتوریل باید بدانیم

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

4

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$5! = \dots\dots\dots$$

$$6! = 720$$



برای ساده کردن کسرهای فاکتوریل دار « بایدکاری کنیم فاکتوریل هادر صورت و مخرج مثل هم باشند تا حذف بشن

واسه اینکار باید این روش زیر را بلد باشیم مثلاً:

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3! \dots\dots\dots \text{یا } 6 \cdot 5 \cdot 4! \dots\dots\dots$$

بستگی داره ما برای حذف چه فاکتوریلی لازم داریم

$$\text{مثال 1- } 6!/5! = 6 \cdot 5! / 5! = 6$$

$$\text{2- } 6! \cdot 3! / 5! \cdot 2! = (6 \cdot 5!) \cdot (3 \cdot 2!) / 5! \cdot 2! = 18$$

$$\text{3- } 6! \cdot 2 \cdot 3! / 2 \cdot 4! \cdot 2! \cdot 3 = (6 \cdot 5 \cdot 4!) \cdot 2 \cdot (3 \cdot 2!) / 2 \cdot 4! \cdot 2 \cdot 2! \cdot 3 = 15$$

نکته مهم: به شرطی فاکتوریل ها با هم حذف میشوند که بین آنها جمع و تفریق نباشد

$$\text{مثال: } 4! - 3! / 4! - 6! \dots\dots\dots$$

خلاصه و جمع بندی احتمال

اگه سوالی گفت فضای نمونه ای را بنویسید « دانه به دانه حالت ها را بنویسیم

مثال: فضای نمونه خانواده ای با دو فرزند را بنویسین

جواب: کل حالتها را برای این شرط مینویسیم. {(پ و د) (د و پ) (پ و پ) (د و د)} = s

مثال: فضای نمونه انداختن یک سکه را بنویسید.

$$s = \{(1)(2)(3)(4)(5)(6)\}$$

2- اگر سوال گفت تعداد فضای نمونه را بنویسید « باید تعدادش را بنویسید که چقدر حالت داره همان $h(s)$

خلاصه و جمع بندی احتمال

اگه سوالی گفت فضای نمونه ای را بنویسید « دانه به دانه حالت ها را بنویسیم

مثال: فضای نمونه خانواده ای با دو فرزند را بنویسین

جواب: کل حالتها را برای این شرط مینویسیم. {(پ و د) (د و پ) (پ و پ) (د و د)} = s

مثال: فضای نمونه انداختن یک سکه را بنویسید.

$$s = \{(1)(2)(3)(4)(5)(6)\}$$

2- اگر سوال گفت تعداد فضای نمونه را بنویسید « باید تعدادش را بنویسید که چقدر حالت داره همان $h(s)$

مثال: تعداد فضای نمونه انداختن دو تاس را بنویسید

$$\text{کل حالتها } h(s) = 6 \cdot 6 = 36 \text{ تعداد فضای نمونه}$$





3- اگر سوال پیشامد خواست (یعنی شرط و شروط گذاشت): دو حالت دارد:

الف: گفت پیشامد را بنویسید «در این سوال باید حالت های محدودیت دار مورد نظر سوال را بنویسیم»

مثال: پیشامد آنکه در انداختن یک تاس زوج باشد «فقط حالت های زوج را مینویسیم» (دانه دانه)
 $\{(2)(4)(6)\}$ = پیشامد زوج انداختن زوج

ب: اگر سوال تعداد پیشامد را از ما خواست «اینجا تعداد پیشامد یعنی $h(A)$ را از ما میخواند یعنی تعداد را میخواند»

مثال: تعداد پیشامد آنکه در انداختن یک تاس زوج بیفتد.

$h(a) = 3$ تعداد حالت زوج در یک تاس

4- احتمال «اگر سوال احتمال را خواست» اینجا باید از فرمول زیر استفاده کنیم

$$P(a) = \frac{h(a)}{h(s)} \quad \text{احتمال}$$

پیشامد مورد نظر
حالتها (فضای نمونه ای)

مثال: در پرتاب یک تاس احتمال اینکه زوج باشد کدام است؟

$s = \{(1)(2)(3)(4)(5)(6)\}$ کل حالتها یا فضای نمونه ای

$H(s) = 6$

$A = \{(2)(4)(6)\}$

پس در امتحان این 5 سوال را قاطی نکنید.

1- فضای نمونه ای را بنویسین

2- تعداد فضای نمونه ای را بنویسین

3- پیشامد آنرا بنویسین

4- تعداد پیشامد آن را بنویسین





5- احتمال آنرا بنویسین

● مبحث بعدی در احتمال: اجتماع و اشتراک و اینهاست که ص 252 خیلی سبز جمع بندی آنها و عکس آن را در پی دی اف فرستادم

این دوتا هم بلد باشیم « $A-B=A \cap B$ »

$$(A \cup B)' = A' \cap B' = A' \cup B'$$

● مبحث بعدی: تعریف ها و جابجایی و... که براتون فرستادم اگر عکس آنرا پیدا کرده دوباره بگید بفرستم

سوالات احتمال ترکیبی با جایگشت:

1- ترکیب با اصل ضرب و جایگشت « مانند صف و چینن قفسه و... »

زمان استفاده: وقتی در مورد چینن و... باشد

روش استفاده: از مربع ها و خانه خانه $\square * \square * \square$

$h(s)$

مثال: ص 257 خیلی سبز یا تکلیف

2- ترکیب با انتخاب « مثال: گروه. محدودیت.. زیر مجموعه..... »

زمان استفاده: وقتی ترکیب مهم نباشد

روش استفاده: انتخاب محدودیت دار « از * یا + استفاده کنید

مبحث مربوط به روزها فصل ها ماه های سال در احتمال

روش: واس هر نفر یک مربع میزاریم و داخل مربع عددی میزاریم که تعداد ماه یا سال یا فصل ممکن باشد

$\square * \square * \square \dots$ مربع های محدودیت

$\square * \square * \square \dots$ مربع های بدون محدودیت

مثال: از بین 4 نفر یا چه احتمالی ماه تولدهم متفاوت است؟

چون 4 نفر هستند بالا و پایین 4 تا مربع میزاریم.





$$P(A) = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12}$$

$$12 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 12$$

بعد داخل مربع پایین یعنی $H(S)$ کل حالتها در ماه 12 میزایم در بالا هم محدودیت هارا میزایم

مربع اولی: نفر اول هر 12 ماه میتواند به دنیا بیاید (یک ماه انتخاب میکنیم مثلاً مهر)

مربع دوم: نفر دومی در آن ماه که نفر اول بدنیا آمده یعنی ماه مهر نمیتواند به دنیا بیاید پس 11 ماه میتواند انتخاب کند. مثلاً آبان

سومی: 10 ماه

چهارمی: 9 ماه

عقربه ساعت: آسانه ص 260 (خیلی سبز)

احتمال پیشامد متمم: معمولاً وقتی کلمه حداقل یا حداکثر بیاد از این روش استفاده میکنیم

روش استفاده:

احتمال رخ داده = رخ نداده - 1

احتمال رخ ندادن = رخ داده - 1

مثال: احتمال آنکه فردا باران بیارد $\frac{3}{5}$ است با چه احتمالی فردا باران نمیبارد؟

$$\text{جواب: } 1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

احتمال وقوع اجتماع و اشتراک دو پیشامد:

$$P(a \cup b) = p(a) + p(b) - p(a \cap b)$$

احتمال وقوع a و b هر دو با هم $\leftarrow$ احتمال وقوع b $\leftarrow$ احتمال وقوع a $\leftarrow$ احتمال وقوع a یا b حداقل یکی

مثال خیلی سبز: اگر a, b دو پیشامد از فضای نمونه ای باشند احتمال وقوعشان به ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و احتمال وقوع حداقل یکی از آنها $\frac{3}{4}$ باشد احتمال وقوع هر دوی آنها کدام است؟

$$P(a) = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{12} \quad \leftarrow \quad 9 = 6 + 4 - 12x \quad \leftarrow \quad \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - p(ab) \quad \leftarrow \quad P(b) = \frac{1}{3}$$

$$P(a \cup b) = \frac{3}{4}$$





$$P(a \cap b) = ?$$

آزمایش یابدیده قطعی: به پدیده های آزمایش های که میتوان نتیجه آنها را پیش از وقوع بطور قطع تعیین کرد میگوییم

آزمایش یابدیده تصادفی: به پدیده ها یا آزمایش های که نمیتوان نتیجه آنها را پیش از وقوع بطور قطع تعیین کرده پدیده ها یا آزمایش های تصادفی می نماییم

برآمد: به هریک از نتایج ممکن برای آزمایش تصادفی یک برآمد میگوییم

فضای نمونه ای: به مجموعه ای که همه نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی را شامل شود فضای نمونه ای گویند

پیشامد غیر ممکن (نشدنی): = پیشامدی که احتمال وقوع آن صفر یا نشدنی باشد

پیشامد حتمی: = خود فضای نمونه ای یا کل فضای نمونه ای پیشامد حتمی است

پیشامد ناسازگار: = اگر دو پیشامد هیچ عضو مشترکی نداشته باشند سازگار

$$p(a) = n(a) / n(s) = \text{تعداد کل حالات فضای نمونه ای} / \text{تعداد پیشامد (حالات مطلوب)}$$

نکته: احتمال همیشه بین 0 و 1 است (هم 0 هم 1 میتواند باشد)

پیشامد متمم: برعکس هست مثلاً اگر a عددی زوج باشد پیشامد متمم آن یعنی عددی که فرد باشد و یا علامت a' نشان میدهیم

$$P(a') = 1 - p(a)$$





اسم عمل	علامت ریاضی	توضیح پیشامدی	نمودار ون
متمم	A'	A رخ ندهد	
اجتماع	$A \cup B$	A یا B رخ دهد (حداقل یکی از 2 پیشامد A یا B رخ دهد)	
اشتراک	$A \cap B$	A و B هر دو رخ دهد	
تفاضل	$A - B$	A رخ دهد ولی B رخ ندهد	
تفاضل متقارن	$(A - B) \cup (B - A)$	دقیقاً یکی از 2 پیشامد A یا B رخ دهد	

نکته: در جدول زیر تعداد اعضای فضای نمونه در آزمایش های مهم و پرتکرار نوشته شده است

آزمایش	تعداد اعضای فضای نمونه
پرتاب n سکه	2^n
پرتاب n تاس	6^n
پرتاب n سکه و m تاس	$2^n \times 6^m$
خانواده با n فرزند	2^n
جایگشت n شیء متمایز	$N!$
جایگشت r شیء از n شیء	$P(n, r) = n! / (n - r)!$



انتخاب r شی از n شی	$C(n,r) = n! / (n-r)! r!$
---------------------	---------------------------

چهار مثال و تعریف های فصل 1: درس 1

- 1- اگرین جملات از **یا** استفاده کنیم اصل جمع و اگر از **و** استفاده کنیم از اصل ضرب استفاده میکنیم.
- 2- صفر فاکتوریل برابر 1 و یک فاکتوریل برابر 1 است
- 3- هر حالت از کنار هم قرار گرفتن n شی متمایز را یک جایگشت n تایی از آن شی مینامیم و تعداد جایگشت آن برابر است با $n!$
- 4- تعداد جایگشت های r شی از n شی متمایز را با $p(n,r)$ نشان میدهیم و به آن تبدیل میگوئیم
- 5- تعداد جایگشت های n شی متمایز کنار هم برابر $n!$ است
- 6- اگر ترکیب اشیا مهم باشد و حالت جدید ایجاد کند از ترکیب (انتخاب) استفاده میکنیم و از فرمول $c(n,r)$ استفاده میکنیم
- 7- وقتی مینویسیم $c(n,r)$ تعداد کل افراد و تعداد افرادیست که میخواهیم انتخابشان کنیم
- 8- ترکیب « $c(n,r) = \binom{n}{r} = n! / (n-r)! r!$ »
- 9- تبدیل « $p(n,r) = n! / r!$ »
- 10- یک مجموعه 5 عضوی تعداد زیر مجموعه های 2 عضوی برابر 2^5 است
- 11- الف) جایگشت: تعداد حالت های قرار گرفتن n شی کنار هم « $n!$ »
 ب) تبدیل: تعداد حالت های کنار هم قرار گرفتن r شی از n شی « p »
 ج) ترکیب « تعداد حالت های انتخاب r نفر از n نفر « c »
 12- تشکیل صف n نفره از n نفر « $n!$ **جایگشت** است
 تشکیل صف r نفره یا n نفر « $p(n,r) = n! / (n-r)!$ **تبدیل**
 تشکیل یک گروه n نفره از n نفر $c(n,r) = \binom{n}{r} = n! / (n-r)! r!$ **ترکیب**

13- فضای نمونه ای پرتاب n سکه برابر 2^n

14- فضای نمونه ای پرتاب n تاس برابر 6^n

15- پیشامد v در یک تاس پیشامد غیر ممکن است

$$16- a-b = a \cap b'$$

17- عدد احتمال یک پیشامد همیشه بین 0 و 1 است. خود صفر و یک هم میتواند باشد

18- احتمال هیچوقت بیشتر از یک نمیشود. ✓ ص غ

$$19- p(a \cup b) = p(a) + p(b) - p(a \cap b)$$

20- به هریک از نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی برآمد میگوییم

21- اگر داده های دورافتاده داشته باشیم از نمودار جعبه ای استفاده میکنیم

1- اگر پیشامد a حتمی باشد احتمال آن برابر یک است.

2- اگر a, b دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند بطوریکه $a \cap b = \emptyset$ در اینصورت پیشامدهای a, b را ناسازگار میگوییم.

3- وقتی داده دورافتاده داشته باشیم میانه معیار مناسبی برای توصیف داده هاست.

4- برای توصیف داده های کمی گزارش درصد باید همیشه با گزارشی تعدادی

جواب غلط است. جواب درست: داده های کیفی

5- مرتب کردن داده ها در گام دوم چرخه اتفاق می افتد: نادرست

جواب درست: گام 3

6- طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهمترین گام رسیدن به پاسخ است که در مرحله بیان مسئله صورت میگیرد. درست

7- روش نمونه گیری مربوط به کدام مرحله چرخه آمار است؟

الف) طرح و برنامه ریزی ب) بیان مسئله ج) بحث و نتیجه گیری د) تحلیل داده ها





نمونه سوال جاخالی

- 1- اگر اندازه گیری وزن افراد بادو واحد متفاوت (کیلوگرم و پوند) انجام شده باشد اجرای نادرست کدام گام چرخه است؟
- الف) بیان مسئله ب) طرح و برنامه ریزی ج) گردآوری و پاکسازی داده د) تحلیل داده ها
- 2- پیشامد $b-a$ وقتی رخ میدهد که پیشامد b رخ دهد و پیشامد a رخ ندهد. «درست
- 3- اگر پیشامد a با فضای نمونه ای S برابر باشد a را یک پیشامد (حتمی) میگوییم.
- 4- کدام گزینه جزگام تحلیل داده هادر چرخه مسائل آماری محسوب میشود؟
- 1) استفاده از نمودارها 2) مرتب کردن داده ها 3) گزارش معیارها 4) تفسیر داده ها
- 5- در دنباله $a_{n+1}=a_n+3$ اگر جمله پنجم 17 باشد جمله ششم آن 23 است « غلط
- جواب درست: 20
- 6- نمایش $\sqrt[3]{-7}$ را بصورت $(-7)^{1/3}$ میتوان نوشت. « درست
- 7- فضای نمونه ای برای ترکیب جنس خانواده ای با 3 فرزند چندنمودار دارد؟
- $8=2^3$
- 8- احتمال اینکه فردا بارانی باشد 0/01 است احتمال اینکه بارانی نباشد چقدر است
- $1-0/01=0/99$
- 9- تفسیر نتایج بدست آمده کدام گام در چرخه حل مسئله آماری است؟
- 1) بیان مسئله 2) گردآوری 3) تحلیل داده ها 4) بحث و نتیجه گیری
- 10- مشاهده عدد 3 در پرتاب یک تاس که روی هر 6 وجه آن عدد 3 حک شده آزمایش قطعی است یا تصادفی؟ « قطعی



حفظ باشید.

شماره گام	اسم گام	کارهایی که در این گام انجام میشود
1	بیان مسئله	1- فهم مسئله 2- تعریف دقیق مسئله
2	طرح و برنامه ریزی	1- شیوه اندازه گیری 2- روش نمونه گیری 3- روش کار
3	گردآوری و پاکسازی داده ها	1- گردآوری داده ها 2- سازمان دهی داده ها 3- پاک سازی داده ها
4	تحلیل داده ها	1- مرتب کردن داده ها 2- معیارها 3- نمودارها 4- جدول ها
5	بحث و نتیجه گیری	1- تفسیر نتایج 2- نتیجه گیری 3- نقد و بررسی 4- ایده های جدید

از جدول بالا بعضی وقتها بصورت مستقیم سوال میدهند. معمولاً می پرسند فلان کار مربوط به گام چندم چرخه آمار است. تست زیر را ببینید

تست: برای داده های جمع آوری شده یک نمودار دایره ابرسم کرده ایم این کار مربوط به کدام چرخه آمار است؟

1- بحث و نتیجه گیری 2- بیان مسئله 3- تحلیل داده 4- طرح و برنامه ریزی

تست: بعد از بررسی داده های جمع آوری شده 2 تا از داده هایی که با معیارهای واقعی جور شوند را حذف میکنیم. این کار مربوط به کدام گام چرخه آمار است؟

1- دوم 2- سوم 3- چهارم 4- پنجم

★ برای پاسخ دادن به سوالهای مربوط به گامها باید کمی روی جدول گفته شده عمیقتر شویم. نکات زیر برای حل سوالهای پیچیده تر جدول به ما کمک میکند

1- اگر در موضوع مورد بررسی از دو واحد در اندازه گیری استفاده کنیم در واقع شیوه اندازه گیری مربوط به گام 2 اشتباه بوده

تست: اندازه گیری وزن افراد نمونه با دو واحد متفاوت انجام شده این کار کدام گام از چرخه آمار را زیر سوال میبرد؟



گام 2 یعنی طرح و برنامه ریزی اشتباه انجام شده

2- اندازه و اعضای نمونه باید متناسب با جامعه انتخاب شود. در غیر این صورت گام 2 دچار مشکل میشود

نست: در کدام گزینه نمونه انتخاب شده با جامعه تناسب دارد؟

1) مسئله: نظرسنجی ازدانش آموزان پایه دوازدهم شهراراک درباره ساعت متوسط مطالعه روزانه/نمونه: دانش آموزان یک کتابخانه در شهراراک

2) مسئله: نظرسنجی از ادم های یک شهر درباره ساعتی در روز که به ورزش اختصاص میدهند/نمونه: اعضای باشگاه ورزشی

3) مسئله: بررسی حقوق کارمندان یک کارخانه/نمونه: مدیران ارشد کارخانه

4) مسئله: بررسی میزان ساعت خواب روزانه افراد یک شهر/نمونه: انتخاب تصادفی برخی منازل از تمامی مناطق شهر

پاسخ: گزینه 4. تمام گزینه ها را بررسی میکنیم

1) برای ساعت مطالعه متوسط رفتیم سراغ درس خوان ها. دانش آموزان کتابخانه. پس نمونه خوبی نیست!

2) برای میزان زمان ورزش روزانه رفتیم سراغ ورزشکارا. اعضای باشگاه. پس نمونه خوبی نیست!

3) برای بررسی حقوق رفتیم سراغ آنهایی که حقوق بالامیگیرند. مدیران. پس نمونه خوبی نیست!

4) برای بررسی میزان ساعت خواب سراغ گروهی که خوابشان زیادیاکم باشند رفتیم. یعنی همه جور آدم از نظر ساعت خواب میتواند دران باشد. پس نمونه مناسبی است.

3- منظور از معیار هادرستون سوم مربوط به گام 4 اینها هستند:

معیارهای گرایش به مرکز: میانگین. میانه. مد. چارک اول. چارک سوم

معیارهای پراکندگی: دامنه تغییرات. انحراف معیار. واریانس. دامنه میان چارکی





تست: در بررسی وزن یک نمونه 50 تایی بر حسب کیلوگرم: بعد از محاسبات به $sd=4, x=80$ رسیده ایم. این کار مربوط به کدام اماراست؟

(1) بحث و نتیجه گیری

(2) طرح و برنامه ریزی

(3) گردآوری و پاکسازی داده ها

(4) تحلیل داده ها

پاسخ: محاسبه انحراف معیار و میانگین مربوط به گام 4 چرخه اماراست.

تذکر: کتاب درسی در سال دهم انحراف معیار را با نماد s و در سال دوازدهم با نماد SD نشان میدهد و به انحراف استاندارد میگوید.

4- اگر در داده هایمان داده دور افتاده داشته باشیم از بین معیارهای گرایش به مرکز میانه و از بین معیارهای پراکندگی دامنه میانه را انتخاب میکنیم و نباید سراغ میانگین و انحراف معیار برویم. اگر سراغ میانگین و انحراف معیار برویم گام 4 اشتباه انجام میشود.

تست: در کدام سری از داده های زیر در بین معیارهای گرایش به مرکز (میانگین و میانه) و معیارهای پراکندگی (دامنه میان چارکی و انحراف معیار) دو معیار میانگین و انحراف معیار مناسب نیستند؟

(1) داده های سری 1

(2) داده های سری 2

(3) داده های سری 3

(4) داده های سری 4

پاسخ: زمانی معیارهای میانگین و انحراف معیار مناسب نیستند که در داده هایمان داده دور افتاده داشته باشیم الان فقط در سری 4 داده دور افتاده 28 داریم

سری 1	12	14	15	13	12	14
سری 2	7	8	6	7	8	9
سری 3	10	11	13	11	12	12





28	12	11	9	14	8	سری 4
----	----	----	---	----	---	-------

چند نکته حفظی مهم:

کتاب درسی در این قسمت چند جمله خیلی مهم آورده که در آزمونها ممکنه سوال بشه. آنها را حتما حفظ کنین.

- 1- طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهمترین گام رسیدن به پاسخ است.
 - 2- در اندازه گیری گام 2 اطلاعات کیفی (توصیفی) را به کمی (عددی) تبدیل میکنیم
 - 3- برای توصیف داده های کیفی (اسمی یا ترتیبی) گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد همراه باشد.
 - 4- کدام نمودار بهترین نشان میدهد که داده ها کجا متمرکز و کجا پراکنده اند؟ نمودار جعبه ای
 - 5- مطمئنترین نمودار برای متغیر کمی نمودار جعبه ای است
- تست: برای نمایش اطلاعات متغیر قد مطمئنترین نمودار کدام ست؟
- 1) میله ای 2) دایره ای 3) جعبه ای 4) میانگین-انحراف معیار
- پاسخ: قد یک متغیر کمی است پس مطمئنترین نمودار برای آن نمودار جعبه ایست
- تست: برای توصیف داده های مربوط به کدام متغیر زیر گزارش درصد باید همراه با گزارش تعداد باشد؟
- 1) گروه خونی 2) وزن 3) مدت زمان مطالعه 4) تعداد پروازهای روزانه فرودگاه های کشور
- پاسخ: گفتیم در متغیر کیفی (چه اسمی چه ترتیبی) گزارش درصد باید همراه با گزارش تعداد باشد. از بین گزینه ها فقط گروه خونی یک متغیر کیفی (اسمی) است و بقیه کمی هستند.

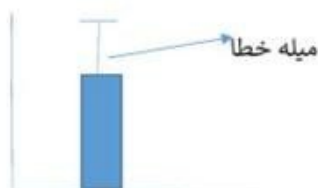
نمودار میانگین - انحراف معیار:

میتوانیم برای داده هایمان نمودارهای متناسب با آنها رسم کنیم





اگر در داده هایمان داده دور افتاده نداشته باشیم از معیارهای میانگین و انحراف معیار استفاده میکنیم. در این صورت میتوانیم از نمودار جدیدی به اسم نمودار میانگین-انحراف معیار استفاده کنیم. صورت کلی این نمودار به شکل زیر است:



اندازه ارتفاع میلۀ خطا برابر است

تست: اگر $6-8X+1,4X+3,2X$ به ترتیب 3 جمله متوالی دنباله فیبوناچی باشد جمله بعدی چقدر است؟

$$144(4) \quad 89(3) \quad 55(2) \quad 34(1)$$

پاسخ: در دنباله فیبوناچی مجموع دو جمله متوالی برابر با جمله بعدی میشود

$$X=5 \quad \ll \quad 2X=10 \quad \ll \quad 2X+3 + 4X+1 = 8X-6$$

$$55=21+34$$

جمع بندی: در آخر جمع بندی این 3 دنباله را در جدول زیر ببینید

رابطه بازگشتی	جمله عمومی	جملات	توضیح مختصر	دنباله
$A_{n+1}=a_n+2n+1$	$A_n=n^2$	1,4,9,16,25,...	اعداد مربع کامل	مربعی
$A_{n+1}=a_n+n+1$	$A_n=n(n+1)/2$	1,3,6,10,15,...	جمله Nام برابر با جمع اعداد از 1 تا N است	مثلثی
$A_{n+1}=a_{n+1}+a_n$	لازم نیست بلد باشیم	1,1,2,3,5,8,13,...	هر جمله برابر با مجموع دو جمله قبلی اش است	فیبوناچی
$A_{n+1}=a_n+3$	$A_n=3n+1$	4,7,10,...		الگوی چوب کبریت



جمع‌بندی: الان که دنباله حسابی و هندسی را خواندیم بدنیست که نکات مهم انرا در یک جدول کنارهم ببینید

نکته: البته هر جافذمول هر کدام از این جدول را فراموش کردید خودت یک مثال از چپ تا عددبزن مثلا 1,3,5 فرمولاشو دریبار.

دنباله حسابی	دنباله هندسی	
جمله عمومی	$A_n = a_1 + (n-1)d$	$A_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
رابطه بازگشتی	$A_{n+1} = a_n + d$	$A_{n+1} = a_n \cdot r$
3 جمله متوالی	$2b = a + c$	$B^2 = a \cdot c$
درج k واسطه بین a, b	$D = b - a / k + 1$	$R^{k+1} = b / a$
مجموع جملات	$S_n = n/2(a_1 + a_n)$ $S_n = n/2[2a_1 + (n-1)d]$	$S_n = a_1(r^n - 1) / r - 1$

موارد بالا برای زمانی بود که جمله اول مثبت باشد. اگر جمله اول منفی باشد جای افزایشی و کاهششی عوض میشود. خلاصه همه این حرف ها:

$r < 0$	$0 < r < 1$	$r > 1$	
نه افزایشی نه کاهششی	کاهششی	افزایششی	$0 < A_1$
نه افزایششی نه کاهششی	افزایششی	کاهششی	$0 > A_1$

دقت کنید اگر $r=1$ باشد جملات دنباله ثابت میمانند



نست: دریک دنباله هندسی کاهشی جمله هفتم 5 و جمله اول 320 است. نسبت مشترک این دنباله کدام است؟

$$-2(1) \quad 1/2(2) \quad -1/2(3)$$

1) دنباله هندسی چیست؟

2) دامنه دنباله هندسی کدام است؟ الف) اعداد صحیح ب) اعداد طبیعی

3) کاهشی و نزولی بودن دنباله هندسی

4) ظاهر دنباله های مربعی-مثلثی-فیثونانجی را در ذهن داشته باشید

5) نکات رسم نمودار دنباله های حسابی و هندسی بیاد داشته باشید

6) نسبت مشترک یا قدرنسبت چیست و با چه نشان میدهند؟

7) پنج مدل دنباله هندسی زیر را بخاطر بسپارید

$$1) 2, 6, 8, \dots \quad r=2 \quad 2) 2, 1/2, 1/4, \dots \quad r=1/2$$

$$3) 2, -1, 1/2, -1/4, \dots \quad r=-1/2 \quad 4) 2, -4, 8, -16, \dots \quad r=-2$$

$$5) -2, -4, -8, \dots \quad r=2$$

8- فرمول درصد افزایش یا کاهش:

$$r = 100 + k / 100 \quad \text{درصد افزایش}$$

$$r = 100 - k / 100 \quad \text{درصد کاهش}$$

9- فرمولهای نیمه عمر

$$A_n = a_0 (1/2)^n \quad \text{مقدار باقیمانده} = \text{مقدار اولیه} \times (1/2)^n$$

طول یک نیمه عمر / مدت زمان سپری شده = n

جاخالی های دنباله

1- دامنه «R»: اگر اعشاری بگیرد یا اینکه کلمه لحظه بیاد: مثل مساحت و زمان

20

N: غیر اعشاری و غیر لحظه ای: مثل بارش روزانه

تذکر: خود دامنه نه خود جواب

ضابطه دنباله چیست؟ جمله عمومی چیست؟

نکته: در دامنه دنباله ها N نمیتواند اعشاری یا کسری باشد

نکته: در قسمت چپ نمودار هیچ چیزی رسم نمیکنیم

نکته: نمودار دنباله فقط از نقطه تشکیل میشه و هیچ خط و پاره خطی ندارد



سوالات تقریباً سخت و کامل دنباله حسابی

سوال 1- الف) دنباله حسابی چیست؟

ب) دامنه دنباله حسابی کدام مورد است؟ اعداد صحیح / اعداد طبیعی / اعداد حسابی / اعداد گویا نیز میتواند جز دامنه باشد





خلاصه و جمع بندی فصل سوم

قبلا اگر عددی را به توان می‌رساندیم توانش عددی حتما صحیح بود. حالا قرار است توان های گویا هم وارد بازی شوند.

اگر $N \geq 0$ توان $1/N$ عدد حقیقی و مثبت A را بصورت روبرو تعریف میکنیم.
 حتما یاد تونه اگر رادیکال فرجه نداشت فرجه اش 2 است.

$$8^{1/3} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

رسم نمودار تابع نمایی

اگر $A > 0$ ★

مثال $4/2^x, G=2.7^x$ مخرج کوچکتر از صورت

روش: نمودار از 1 رد همیشه. صعودیه. هیچوقت نمودار با x برخورد نمیکنند

اگر $A > 0$ ★

مثال $3/5^x, 0/5^x, 1/2^x$ صورت کوچکتر از مخرج

روش: از 1 رد همیشه. نزولیه. هیچوقت به نمودار x برخورد نمیکنند

نکته: دامنه همیشه R

برد $y > 0$ (منفی نمیشه)

تذکر: A نباید منفی باشه اما x هر عددی میتونه باشه. R هست.

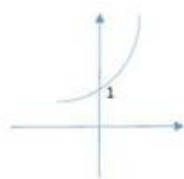
حل مسئله های تابع نمایی:

رشد نمایی «اگر زیاد بشه: مثلاً پول گذاشتن در بانک زیاد بشه یا بگه جمعیت در حال افزایش است»

فرمول: $F(t) = c(1+r)^t$

زوال نمایی «اگر کم بشه مثلاً بگه جمعیت کم شده»

فرمول: $f(t) = c(1-r)^t$





A هر عددی باشد فقط یک ریشه n ام فرد دارد که $\sqrt[n]{a}$ است.
مثلاً ریشه پنجم عدد 32 برابر $\sqrt[5]{32}$ است که 2 میشود.
نکات:

1- جدول زیر خلاصه تمام حرف های ما در مورد ریشه n ام یک عدد است.

ریشه n ام (n زوج)	ریشه n ام (n فرد)	علامت a
$-\sqrt[n]{a}, \sqrt[n]{a}$	$\sqrt[n]{a}$	$a > 0$
ندارد	$\sqrt[n]{a}$	$a < 0$

2- برای 3 عدد خاص 1 و 0 و -1 جدول زیر را بلد باشید:

ریشه n ام زوج	ریشه n ام فرد	عدد
1 و -1	1	1
0	0	0
ندارد	-1	-1

یک قدم جلوتر میرویم و $a^{m/n}$ را تعریف میکنیم:

M عددی صحیح. n عددی طبیعی. $a > 0$ باشد آنگاه:

صورت کسرتوان عددمان میشود و مخرج کسر فرجه رادیکال میشود.

$$A^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$4^{3/2} = \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$$

مواردی که در توان های صحیح گفتیم برای توان های گویا هم برقرارند. اگر r, s دو عدد گویا و a, b اعدادی مثبت باشند آنگاه:





مثال	رابطه کلی	
$4^{1/3} 4^{1/6} = 4^{(1/3 + 1/6)} = 4^{1/2} = 2$	$A^r a^s = a^{r+s}$	1
$8^{1/2} / 8^{1/6} = 8^{2/6 - 1/6} = 8^{1/6} = \sqrt[6]{8} = 2$	$A^r / a^s = a^{r-s}$	2
$2^{1/3} 4^{1/3} = (2 \cdot 4)^{1/3} = 2$	$A^r b^r = (ab)^r$	3
$54^{1/3} / 2^{1/3} = 27^{1/3} = 3$	$A^r / b^r = (a/b)^r$	4
$(25^{1/3})^{3/2} = 25^{(1/2 \cdot 3/2)} = 25^{1/2} = 5$	$(a^r)^s = a^{(rs)}$	5
$25^{-1/2} =$ $1/25^{1/2} = 1/(5^2)^{1/2} = 1/5^1 = 1/5$	$a^{-r} = 1/a^r$	6

